

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего образования  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»  
(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных и машинного обучения  
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и  
методической работе

\_\_\_\_\_ Е.А. Каменева

22.12.2022 г.

**Савинов Е.А.**

**Теория вероятностей и математическая статистика**

**Рабочая программа дисциплины**

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

38.03.05 - Бизнес информатика,

ОП «Цифровая трансформация управления бизнесом»,

Профили: «ИТ-менеджмент в бизнесе», «Технологии цифровых бизнес-моделей»

*Рекомендовано Ученым советом*

*Факультета информационных технологий и анализа больших данных  
(протокол №27 от 15.12.2022г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного*

*Департамента анализа данных и машинного обучения  
(протокол №6 от 13.12.2022 г.)*

**Москва 2022**

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины.....	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине .....	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся .....	4
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	5
5.1. Содержание дисциплины.....	5
5.2. Учебно–тематический план.....	10
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	10
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	13
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы .....	13
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю .....	15
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	16
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	30
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	30
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	32
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем .....	35
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	36

## 1. Наименование дисциплины

«Теория вероятностей и математическая статистика».

## 2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Таблица 1

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
УК-4	Способность использовать прикладное программное обеспечение при решении профессиональных задач	1.Использует основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных.	<b>Знать:</b> основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных средствами Python <b>Уметь:</b> использовать основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных средствами Python
		2.Демонстрирует владение профессиональными пакетами прикладных программ.	<b>Знать:</b> библиотеки Python, используемые для статистических вычислений <b>Уметь:</b> использовать библиотеки Python для статистических вычислений
		3.Выбирает необходимое прикладное программное обеспечение в зависимости от решаемой задачи.	<b>Знать</b> основные информационные технологии и программные средства для статистической обработки, визуализации данных. <b>Уметь</b> использовать современные программные средства при решении вероятностных и статистических задач.
		4. Использует прикладное программное обеспечение для решения конкретных прикладных задач.	<b>Знать</b> основные профессиональные пакеты прикладных программ для статистической обработки данных. <b>Уметь</b> использовать профессиональные пакеты прикладных программ для

			статистической обработки данных.
<b>УК-10</b>	Способность осуществлять поиск, критически анализировать, обобщать и систематизировать информацию, использовать системный подход для решения поставленных задач	1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации.	<b>Знать</b> основные понятия теории вероятностей и математической статистики; методики расчетов, используемые при анализе данных; вероятностные и статистические методы. <b>Уметь</b> использовать инструменты описательной статистики и визуализации данных, вероятностные и статистические методы для решения профессиональных задач.
		2. Обосновывает сущность происходящего, выявляет закономерности, понимает природу вариабельности.	<b>Знать</b> вероятностные и статистические модели в области управления бизнес-процессами; <b>Уметь</b> модифицировать математические модели в области управления бизнес-процессами;
		3. Формулирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп.	<b>Знать</b> классы вероятностных и статистических моделей в области управления бизнес-процессами; <b>Уметь</b> выбирать математические модели в области управления бизнес-процессами;

		4. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	<b>Знать</b> принципы решения задач в области управления бизнес-процессами <b>Уметь</b> использовать инструменты теории вероятностей для решения задач в области управления бизнес-процессами.
		5. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания.	<b>Знать</b> принципы представления и интерпретации результатов решения статистических задач <b>Уметь</b> представлять и интерпретировать результаты решения статистических задач

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является дисциплиной Цикла математики и информатики по направлению подготовки 38.03.05 - Бизнес информатика, ОП «Цифровая трансформация управления бизнесом», Профили: «ИТ-менеджмент в бизнесе», «Технологии цифровых бизнес-моделей».

### 4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Таблица 2

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 3 (в часах)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>6/216</b>	<b>216</b>
<i>Контактная работа - Аудиторные занятия</i>	<i>68</i>	<i>68</i>
<i>Лекции</i>	<i>34</i>	<i>34</i>

<i>Семинары, практические занятия</i>	<b>34</b>	<b>34</b>
<b><i>Самостоятельная работа</i></b>	<b>148</b>	<b>148</b>
Вид текущего контроля		Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации		экзамен

## **5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий**

### **5.1. Содержание дисциплины**

#### **Часть 1 – Теория вероятностей**

##### **Раздел 1 – Элементарная теория вероятностей**

##### **Тема 1. Основы комбинаторики**

Введение в теорию вероятностей. Правила сложения и умножения. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Основные конфигурации комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки.

##### **Тема 2. Элементарные определения вероятностей**

Интуитивные понятия случайного события и вероятности. Классический способ подсчета вероятностей. Геометрические вероятности.

##### **Тема 3. Конечное вероятностное пространство**

Конечное пространство элементарных событий. Случайное событие как подмножество в конечном пространстве элементарных событий. Класс всех подмножеств конечного пространства элементарных событий. Аксиомы вероятности и вероятностное пространство (модель). Свойства вероятности (монотонность, формула включений-исключений, конечная полуаддитивность). Классическая модель на примере задачи об отсутствии неподвижных точек случайной перестановки.

#### **Тема 4. Условные вероятности и независимость событий**

Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Независимые события. Попарная независимость и независимость в совокупности.

Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Построение модели для схемы Бернулли. Связь интуитивной независимости испытаний и стохастической независимости в модели Бернулли. Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли.

#### **Раздел 2 – Случайные величины и векторы**

#### **Тема 5. Вероятностное пространство (общий случай)**

Алгебры и сигма-алгебры. Измеримое пространство. Конечно- и счетно-аддитивные меры на алгебрах. Общее определение вероятностного пространства. Дополнительные свойства (критерии) счетно-аддитивных мер: счетная полуаддитивность и непрерывность в нуле.

#### **Тема 6. Случайные величины и функции распределения.**

Борелевская сигма-алгебра на вещественной прямой. Случайная величина как измеримая функция на пространстве элементарных событий. Распределение случайной величины как мера на прямой. Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения. Основные числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, моменты, дисперсия, стандартное отклонение, асимметрия, эксцесс, квантили, медиана, мода. Свойства математического ожидания, дисперсии.

#### **Тема 7. Дискретные случайные величины**

Дискретная случайная величина (ДСВ) и ее закон распределения. Функция от дискретной случайной величины и арифметические операции над дискретными случайными величинами. Некоторые дискретные распределения (Бернулли, биномиальное, равновероятное, геометрическое, пуассоновское). Пример неступенчатой дискретной функции распределения.

Математическое ожидание дискретной случайной величины и функции от нее. Случайные векторы. Независимость дискретных случайных величин. Функция

распределения случайного вектора и ее свойства. Распределение дискретного случайного вектора и его компонент. Числовые характеристики случайного вектора. Ковариация и коэффициент корреляции. Функции от одной или нескольких случайных величин. Арифметические операции над случайными величинами.

### **Тема 8. Абсолютно-непрерывные случайные величины**

Мера Лебега на вещественной прямой. Абсолютно непрерывные случайные величины (НСВ). Свойства функции распределения и плотности. Некоторые АН распределения (равномерное на отрезке, показательное, гамма-распределение, нормальное, логнормальное, Коши).

Нормальность суммы независимых нормальных случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины. Математическое ожидание функции от абсолютно непрерывной случайной величины. Распределение функций от случайных величин и векторов с абсолютно-непрерывным распределением.

### **Раздел 3. Предельные теоремы**

#### **Тема 9. Виды сходимости случайных последовательностей**

Неравенства Маркова и Чебышёва. Сходимость случайных последовательностей по вероятности, почти наверное, в среднем и среднем квадратичном, по распределению.

#### **Тема 10. Законы больших чисел и центральная предельная теорема**

Законы больших чисел Чебышева и Бернулли. Усиленный ЗБЧ Колмогорова. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных слагаемых. Роль нормального закона в приложениях теории вероятностей. Теорема Муавра-Лапласа и Теорема Пуассона для схемы Бернулли.

## **Часть 2 – Математическая статистика**

### **Раздел 1 – Оценки параметров**

#### **Тема 11. Выборочный метод**

Основные задачи математической статистики. Выборка, эмпирическое распределение и эмпирическая функция распределения, выборочные характеристики,



вариационный ряд. Гистограмма. Сходимость выборочных характеристик к теоретическим. Моделирование выборок и сравнение выборочных характеристик с теоретическими.

Использование электронных таблиц и библиотек *numpy*, *scipy.stats*, *matplotlib*, *statsmodels* для моделирования выборок, вычисления выборочных и теоретических характеристик и построения эмпирической функции распределения и гистограммы.

### **Тема 12. Точечные оценки параметров распределения**

Понятие статистики, точечной оценки. Свойства точечных оценок: несмещенность, асимптотическая несмещенность, состоятельность, сильная состоятельность и асимптотическая нормальность. Несмещенная оценка дисперсии.

### **Тема 13. Интервальные оценки параметров нормального распределения**

Понятие доверительного интервала, точный доверительный интервал. Распределения хи-квадрат, Стьюдента и Фишера. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал для вероятности. Выборочный коэффициент корреляции.

## **Раздел 2. Проверка статистических гипотез**

### **Тема 14. Статистические гипотезы**

Понятие статистической гипотезы. Виды гипотез, статистический критерий, статистика критерия, критическая область. Общая схема проверки гипотезы. Ошибки I и II рода, уровень значимости, мощность.

### **Тема 15. Проверка параметрических гипотез**

Случай двух простых гипотез о математическом ожидании нормальной выборки. Состоятельность критерия. Замечание об объеме выборки. Одновыборочные критерии для математического ожидания и дисперсии нормальных выборок и значения вероятности для выборки из распределения Бернулли. Двухвыборочные критерии для параметров нормальных выборок (сравнение средних при повторных измерениях, равенство дисперсий, сравнение средних при известных, неизвестных равных и неизвестных неравных дисперсиях, сравнение вероятностей

успеха в двух сериях испытаний Бернулли). Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции Пирсона.

Использование электронных таблиц и библиотеки *scipy.stats* для проверки гипотез.

### **Тема 16. Критерии согласия**

Критерий согласия хи-квадрат. Случай простой гипотезы для дискретного распределения с конечным или счетным числом атомов. Теорема Пирсона. Состоятельность критерия хи-квадрат. Случай простой гипотезы для непрерывного распределения. Случай сложной гипотезы для нормального распределения, геометрического и распределения Пуассона.

Использование электронных таблиц и библиотеки *scipy.stats* для проверки гипотез согласия.

## **Раздел 3. Статистический анализ зависимостей**

### **Тема 17. Условные распределения**

Условные распределения и условные математические ожидания для дискретных распределений. Формула полного математического ожидания. Условная дисперсия и формула полной дисперсии.

### **Тема 18. Дисперсионный анализ Фишера (ANOVA)**

Модель однофакторного дисперсионного анализа. Факторы. Полная, факторная и остаточная дисперсия. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений.

Использование электронных таблиц и библиотек *scipy.stats* и *statsmodels* для проведения дисперсионного анализа.

### **Тема 19. Непараметрические критерии независимости**

Разделение изученных методов на параметрические и непараметрические. Ранговый коэффициент корреляции Спирмена, критерий значимости. Точный тест Фишера, история метода. Критерий независимости хи-квадрат как специальный случай критерия согласия для сложной гипотезы.

## 5.2. Учебно–тематический план

Таблица 3

№ п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоя тельная работа	
			Об щая, в т.ч.:	Лек ции	Семинары, практическ ие занятия		
Теория вероятностей							
1.	Элементарная теория вероятностей	44	14	6	8	30	Самостоятельны е работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Обсуждение решенных задач.
2.	Случайные величины и векторы	36	14	6	8	22	
3.	Предельные теоремы	16	4	4	-	12	
Математическая статистика							
1.	Оценки параметров	50	14	6	8	36	Самостоятельны е работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Обсуждение решенных задач.
2.	Проверка статистических гипотез	38	12	6	6	26	
3.	Статистический анализ зависимостей	32	10	6	4	22	
	В целом по дисциплине	216	68	34	34	148	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %		31	50	50	69	

## 5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Таблица 4

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
---	---	-----------------------------

<p>Элементарная теория вероятностей</p>	<p>Основные понятия комбинаторики: правила сложения и умножения, сочетания, размещения, перестановки. Использование комбинаторных формул при классическом подсчете вероятностей. Геометрические вероятности. Пространство элементарных событий. Случайное событие как подмножество в пространстве элементарных событий. Алгебра событий. Аксиомы вероятности и вероятностное пространство. Свойства вероятности. Формула включений-исключений. Индикаторы событий. Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Независимые события. Схема Бернулли. (8.1)</p>	<p>-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>-изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p> <p>-подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>- выполнение домашних заданий</p> <p>-выполнение домашних заданий</p>
<p>Случайные величины и векторы</p>	<p>Дискретные случайные величины. Вычисление дискретных распределений. Основные дискретные распределения. Задачи на вычисление вероятностей. Числовые характеристики ДСВ. Вычисление математических ожиданий и дисперсий ДСВ, двумерные ДС векторы, вычисление маргинальных распределений, независимость, ковариация и коэффициент корреляции. Моменты основных дискретных распределений (Бернулли, биномиальное, геометрическое, пуассоновское). Абсолютно непрерывные случайные величины. Задачи на вычисление константы плотности, вероятностей событий, функций распределения по плотности и наоборот. Вычисление моментов основных абсолютно-непрерывных распределений (равномерное, нормальное, показательное). Свойства моментов, ковариации, коэффициента корреляции. (8.1)</p>	<p>-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>-изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p> <p>-подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>-выполнение домашних заданий</p>

Оценки параметров	<p>Моделирование выборок и сравнение выборочных характеристик с теоретическими. Использование электронных таблиц и библиотек <i>numpy</i>, <i>scipy.stats</i>, <i>matplotlib</i>, <i>statsmodels</i> для моделирования выборок, вычисления выборочных и теоретических характеристик, построения эмпирической функции распределения и гистограммы.</p> <p>Вычисление точечных оценок</p> <p>Построение одно- и двухсторонних доверительных интервалов для параметров нормального распределения и распределения Бернулли. Выборочный коэффициент корреляции. Значимость коэффициента корреляции (8, 1)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
Проверка статистических гипотез	<p>Одновыборочные критерии для математического ожидания и дисперсии нормальных выборок и значении вероятности для выборки из распределения Бернулли. Двухвыборочные критерии для параметров нормальных выборок (сравнение средних при повторных измерениях, равенство дисперсий, сравнение средних при известных, неизвестных равных и неизвестных неравных дисперсиях, сравнение вероятностей успеха в двух сериях испытаний Бернулли). Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции Пирсона.</p> <p>Использование электронных таблиц и библиотеки <i>scipy.stats</i> для проверки гипотез.</p> <p>Критерий согласия хи-квадрат. Случай простой гипотезы для дискретного распределения с конечным или счетным числом атомов. Случай простой гипотезы для непрерывного распределения. Случай сложной гипотезы для нормального распределения</p> <p>Использование электронных таблиц и библиотеки <i>scipy.stats</i> для проверки гипотез согласия.</p> <p>(8.1)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>

Статистический анализ зависимостей	<p>Проверка формул полного математического ожидания и дисперсии на примере эмпирического распределения реальной выборки.</p> <p>Модель однофакторного дисперсионного анализа. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений. (8, 1)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
------------------------------------	---	--

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Таблица 5

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Элементарная теория вероятностей	Использование индикаторов при доказательстве тождеств	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Случайные величины и векторы	Проверка счетной аддитивности с использованием критериев Совместные абсолютно-непрерывные распределения, многомерное гауссовское распределение, гауссовость линейной комбинации компонент гауссовского вектора. Вычисление распределений функций от абсолютно-непрерывных случайных величин и векторов. Функции от независимых случайных величин. Максимумы и минимумы независимых случайных величин.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.

Предельные теоремы	Задачи на предельные теоремы	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Оценки параметров	Подготовка данных для анализа с использованием библиотек numpy, pandas. Построение ящика с усами с использованием электронных таблиц и библиотек scipy.stats и seaborn Достаточное условие состоятельности. Состоятельность асимптотически нормальной оценки. Методы построения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Оптимальные оценки. Информационное количество Фишера. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки. Лемма и теорема Фишера.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Проверка статистических гипотез	Задачи на вычисление ошибки I и II рода, уровня значимости, мощности. Критерий отношения правдоподобия. Лемма Неймана-Пирсона. Построение наиболее мощного критерия.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.
Статистический анализ зависимостей	Проверка формул полного математического ожидания и дисперсии на примере эмпирического распределения реальной выборки. Условные распределения и условные математические ожидания в случае совместного абсолютно-непрерывного распределения. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений. Исследование выборок на независимость с помощью коэффициента ранговой корреляции, точного теста Фишера, критерия независимости хи-квадрат Байесовский подход к оценке параметров. Полные и достаточные статистики. Факторизационная теорема Неймана-Фишера.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников.

	<p>Математическая модель регрессии. Оценки параметров регрессии по методу наименьших квадратов как оценки максимального правдоподобия в предположении нормальности остатков. Линейная регрессия. Свойства МНК-оценок. Теорема Гаусса-Маркова.</p> <p>Вычисление коэффициента детерминации, проверка гипотез о параметрах регрессии</p>	
--	--	--

## 6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

### Примерные задания контрольной работы

1. В партии из 14 деталей имеется 7 стандартных. Наудачу отобраны 6 деталей. Найдите вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 4 стандартных.
2. В круг радиуса 120 наудачу бросаются 2 точки. Найдите вероятность того, что расстояние от центра круга до ближайшей точки будет не меньше 40.
3. Вероятность попадания при одном выстреле в мишень 0, 81. Найдите вероятность хотя бы одного попадания при 3 выстрелах.
4. Детали, изготовленные в цехе, попадают к одному из 2-х контролёров. Вероятность того, что деталь попадёт к 1-му контролёру, равна 0, 3; ко 2-му – 0, 7. Вероятность того, что деталь будет признана стандартной 1-м контролёром равна 0, 95; 2-м контролёром - 0, 98. Изготовленная деталь при проверке была признана стандартной. Найдите вероятность того, что эту деталь проверял 1-й контролёр.
5. Отрезок длины 5 поделен на две части длины 2 и 3 соответственно, 9 точек последовательно бросают случайным образом на этот отрезок. Найдите вероятность того, что количество точек, попавших на отрезок длины 2, не будет равно 4.

*Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента анализа данных и машинного обучения.*



## 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в п.2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

### Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Таблица 6

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения ( умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
УК-4 Способность использовать прикладное программное обеспечение при решении профессиональных задач	1.Использует основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных.	<b>Знать:</b> основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных средствами Python <b>Уметь:</b> использовать основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных средствами Python	Очистить следующие данные от пропущенных значений, проанализировать выбросы, подготовить данные для дальнейшего анализа. Использовать средства визуализации: -0.0724514, 0.348339, 0.214579, 0.234001, 0.080152, 0.550343, 0.695598, 0.11335, 0.311405, 0.178259, 0.707557, -0.00388785, 0.311358, 0.461806, 0.175355, 0.604575, 0.0144682, 0.164384, 0.142543, 0.593697, 0.259534, 0.264568, 0.157433, 0.491485, 0.801349, 0.00482267, 0.396828, 0.367374, 0.133619, 0.523703, -0.0413555, 0.265778, 0.390005, -0.0617123, 0.274367, 0.341692, 0.318834, 0.231129, 0.116686, NA, 0.57894, 0.446113, 0.273421, 0.376668, -0.0444261, 0.438477, 0.530961, 0.108338, 0.398188, 0.942436, 0.470789, 0.352353, 0.750677, 0.559233, 0.344401, 0.209402, 0.373711, 0.381037, -0.0440512, 0.307625, 0.254757, 0.240125, 0.0755683,

			0.229486, 0.022751, 0.394789, NA, 0.333518, 0.422884, 0.268465, 0.406002, 0.242695, 0.390111, 0.614299, 0.468193, 0.434372, 0.173573, NA, 0.0771342, 0.608834, 0.0837221, 0.347069, 0.575629, 0.437637, 0.452505, 0.311783, 0.34139, 0.173038, 0.39376, 0.0118951, 0.439373, 0.105634, 0.515845, 0.0556552, 0.299372, 0.44125, 0.534503, 0.326354, 0.305192, - 0.0677661
	2. Демонстрирует владение профессиональными пакетами прикладных программ.	<b>Знать:</b> библиотеки Python, используемые для статистических вычислений <b>Уметь:</b> использовать библиотеки Python для статистических вычислений	Как провести полную процедуру дисперсионного анализа с использованием статистических библиотек Python?
	3.Выбирает необходимое прикладное программное обеспечение в зависимости от решаемой задачи.	<b>Знать</b> основные информационные технологии и программные средства для статистической обработки, визуализации данных. <b>Уметь</b> использовать современные программные средства при решении вероятностных и статистических задач.	Пусть $X_1, X_2, \dots, X_6$ и $Y_1, Y_2, Y_3$ – доходности (в базисных пунктах, б.п.) финансовых инструментов $X$ и $Y$ . Предполагается, что $X_1, X_2, \dots, X_6$ и $Y_1, Y_2, Y_3$ – независимые нормальные случайные величины с неизвестными средними $\mu_x$ и $\mu_y$ и с одинаковой неизвестной дисперсией $\sigma^2$ . По конкретным значениям доходностей $x_1, \dots, x_6$ и $y_1, y_2, y_3$ получены выборочные средние $\bar{x} = 595$ , $\bar{y} = 588$ и несмещенные оценки дисперсии $s_x^2 = 81$ , $s_y^2 = 51$ . При уровне значимости 0,05 проверьте гипотезу $H_0: \mu_x = \mu_y$ против альтернативной гипотезы $H_1: \mu_x \neq \mu_y$ .

	4.Использует прикладное программное обеспечение для решения конкретных прикладных задач.	<p><b>Знать</b> основные профессиональные пакеты прикладных программ для статистической обработки данных.</p> <p><b>Уметь</b> использовать профессиональные пакеты прикладных программ для статистической обработки данных.</p>	<p>Для трех групп финансовых показателей 1) <math>X_{11}, X_{12}, X_{13}</math>; 2) <math>X_{21}, X_{22}, X_{23}</math>; 3) <math>X_{31}, X_{32}, X_{33}</math> найдены их значения: 1) 5, 6, 7; 2) 7, 8, 9; 3) 9, 10, 11. По данным значениям вычислите межгрупповую и среднюю групповую дисперсии. Предполагается, что: 1) все показатели независимы и нормальны с одинаковой неизвестной дисперсией <math>\text{Var}(X_{ij}) = \sigma^2</math>; 2) в каждой группе <math>E(X_{ij}) = \mu_i, i = 1, 2, 3</math>. Проверьте при уровне значимости <math>\alpha = 0,05</math> гипотезу о совпадении ожидаемых значений показателей, <math>\mu_1 = \mu_2 = \mu_3</math>.</p>
УК-10 Способность осуществлять поиск, критически анализировать, обобщать и систематизировать информацию, использовать системный подход для решения поставленных задач	1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации.	<p><b>Знать</b> основные понятия теории вероятностей и математической статистики; методики расчетов, используемые при анализе данных; вероятностные и статистические методы.</p> <p><b>Уметь</b> использовать инструменты описательной статистики и визуализации данных, вероятностные и статистические методы для решения профессиональных задач.</p>	<p>Исследование свойства субъективной оценки роста и веса. Скачать файл с результатами опроса. Считая результат субъективной оценки (измерения) нормально распределенным, построить (для каждого параметра) двусторонний и один односторонний доверительные интервалы надежности 0,95 для математического ожидания. Сравнить с истинным значением. Сделать выводы.</p>

	<p>2.Обосновывает сущность происходящего, выявляет закономерности, понимает природу variability.</p>	<p><b>Знать</b> вероятностные и статистические модели в области управления бизнес-процессами; <b>Уметь</b> модифицировать математические модели в области управления бизнес-процессами;</p>	<p>Пусть случайные величины <math>X_1, X_2, \dots, X_n</math> независимы и распределены с плотностью <math>\exp\{-(x-a) - \exp[-(x-a)]\}</math>. Найти оценку максимального правдоподобия для <math>a</math>.</p>
	<p>3.Формулирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп.</p>	<p><b>Знать</b> классы вероятностных и статистических моделей в области управления бизнес-процессами; <b>Уметь</b> выбирать математические модели в области управления бизнес-процессами;</p>	<p>Пусть <math>X_1, X_2, \dots, X_7</math> и <math>Y_1, Y_2, \dots, Y_{11}</math> – доходности (в базисных пунктах, б.п.) финансовых инструментов <math>X</math> и <math>Y</math>. Предполагается, что <math>X_1, X_2, \dots, X_7</math> и <math>Y_1, Y_2, \dots, Y_{11}</math> – независимые и нормальные случайные величины с неизвестными средними <math>\mu_x</math> и <math>\mu_y</math> и с неизвестными дисперсиями <math>\sigma_x^2</math> и <math>\sigma_y^2</math>. По конкретным значениям доходностей <math>x_1, \dots, x_7</math> и <math>y_1, y_2, \dots, y_{11}</math> получены несмещенные оценки дисперсии <math>\sigma_x^2</math> и <math>\sigma_y^2</math>: <math>s_x^2 = 80</math>, <math>s_y^2 = 20</math>. При уровне значимости <math>\alpha = 0,05</math> проверьте гипотезу <math>H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2</math> против альтернативной гипотезы <math>H_1: \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2</math>. Какой из критериев необходимо использовать в этом случае?</p>

	4. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	<b>Знать</b> принципы решения задач в области управления бизнес-процессами <b>Уметь</b> использовать инструменты теории вероятностей для решения задач в области управления бизнес-процессами.	По выборочным данным реализовать проверку гипотезы об однородности нескольких выборок по критериям Пирсона и Колмогорова – Смирнова с использованием инструментария Microsoft Excel, Python. Сделать выводы.
	5. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания.	<b>Знать</b> принципы представления и интерпретации результатов решения статистических задач <b>Уметь</b> представлять и интерпретировать результаты решения статистических задач	Опишите линейную модель дисперсионного анализа. Какого рода гипотезы формулируются и проверяются в этой модели? Для чего используется анализ парных сравнений после проведения дисперсионного анализа?

### Примеры практико-ориентированных (ситуационных) заданий

По данным, приведенным ниже, требуется проверить на 5%-ном уровне значимости, имеется ли существенное различие между доходностями  $Q^{(1)}, Q^{(2)}, Q^{(3)}$  трех акций (предполагается, что доходности акций  $Q^{(1)}, Q^{(2)}, Q^{(3)}$  распределены по нормальному закону):

$q_i^{(1)}$ : -0.0724514, 0.348339, 0.214579, 0.234001, 0.080152, 0.550343, 0.695598, 0.11335, 0.311405, 0.178259, 0.707557, -0.00388785, 0.311358, 0.461806, 0.175355, 0.604575, 0.0144682, 0.164384, 0.142543, 0.593697, 0.259534, 0.264568, 0.157433, 0.491485, 0.801349, 0.00482267, 0.396828, 0.367374, 0.133619, 0.523703, -0.0413555, 0.265778, 0.390005, -0.0617123, 0.274367, 0.341692, 0.318834, 0.231129, 0.116686, 0.600259, 0.57894, 0.446113, 0.273421, 0.376668, -0.0444261, 0.438477, 0.530961, 0.108338, 0.398188, 0.942436, 0.470789, 0.352353, 0.750677, 0.559233, 0.344401, 0.209402,

0.373711, 0.381037, -0.0440512, 0.307625, 0.254757, 0.240125, 0.0755683, 0.229486,  
0.022751, 0.394789, 0.405517, 0.333518, 0.422884, 0.268465, 0.406002, 0.242695,  
0.390111, 0.614299, 0.468193, 0.434372, 0.173573, 0.347659, 0.0771342, 0.608834,  
0.0837221, 0.347069, 0.575629, 0.437637, 0.452505, 0.311783, 0.34139, 0.173038,  
0.39376, 0.0118951, 0.439373, 0.105634, 0.515845, 0.0556552, 0.299372, 0.44125,  
0.534503, 0.326354, 0.305192, -0.0677661

$q_i^{(2)}$ : 0.0760076, 0.276395, 0.563888, 0.459716, 0.326395, 0.25269, 0.306006, 0.389063,  
0.47451, 0.465387, 0.482189, 0.233394, 0.28675, 0.013888, 0.322988, 0.0643255,  
0.656926, 0.421046, 0.255888, 0.751859, 0.284468, 0.30853, 0.572919, 0.397649,  
0.307229, 0.207558, 0.714226, 0.155008, 0.0934287, 0.449056, 0.48307, 0.218776, -  
0.0301462, 0.281453, 0.328324, 0.47907, 0.537439, 0.278841, -0.0104749, 0.542701,  
0.518733, 0.417669, 0.208562, 0.654484, 0.255337, 0.149942, 0.303709, 0.20145,  
0.0746767, 0.10894, -0.138775, 0.490771, 0.14104, 0.645734, 0.403321, 0.0538072,  
0.630395, 0.0225026, 0.367597, 0.227261, 0.297801, 0.347481, 0.454552, 0.352614,  
0.710885, 0.285879, -0.0728541, 0.191565, 0.13767, 0.0494314, 0.63165, 0.0874178,  
0.473075, 0.419064, 0.356433, 0.322464, 0.390168, 0.252919, 0.750174, 0.251663,  
0.631498, 0.0636435, 0.369709, 0.420973, 0.350015, 0.463658, 0.469403, 0.309336, -  
0.0878132, 0.491596, 0.515023, 0.505743, 0.219901, 0.578347, 0.531301, -0.152368,  
0.115485, 0.615949, 0.135419, 0.407181

$q_i^{(3)}$ : 0.444592, 0.712087, 0.313076, 0.645062, 0.585544, 0.474014, 0.221915, 0.276645,  
0.356567, 0.409686, 0.247493, 0.506481, 0.261083, 0.496345, 0.3712, 0.105807,  
0.189129, 0.322793, 0.265872, 0.208426, 0.53622, 0.480958, 0.702705, 0.602311,  
0.440274, 0.524586, 0.65099, 0.163421, 0.366639, 0.258607, 0.430439, 0.37879,  
0.543402, 0.468498, 0.773798, 0.280801, 0.213493, 0.349076, 0.112629, 0.00863626, -  
0.0988291, 0.135398, 0.589182, 0.292923, 0.592833, -0.158578, 0.378974, 0.406636,  
0.240427, 0.34263, 0.0989575, 0.172111, 0.65535, 0.747777, 0.291106, 0.358112,  
0.418985, 0.418883, 0.363626, 0.23119, 0.335325, 0.474778, 0.295501, 0.586975,  
0.327525, 0.708025, 0.393876, 0.267684, 0.513987, 0.294231, 0.322321, 0.556567,  
0.330682, 0.36469, 0.651244, 0.654846, 0.685422, 0.535121, 0.231372, 0.181668,  
0.488424, 0.166, 0.00396049, 0.314943, 0.636383, 0.305025, -0.0645144, 0.322822,

0.470865, 0.426079, 0.445955, 0.545085, -0.111493, 0.523563, 0.347434, 0.422498,  
0.509299, 0.329648, 0.667257, 0.264957

### **Примерные вопросы для подготовки к экзамену**

1. Основные понятия комбинаторики
2. Свойства биномиальных коэффициентов.
3. Классический способ подсчета вероятностей.
4. Геометрические вероятности.
5. Конечное вероятностное пространство.
6. Условные вероятности.
7. Формула умножения.
8. Формула полной вероятности
9. формулы Байеса.
10. Независимые события. Попарная независимость и независимость в совокупности.
11. Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли.
12. Алгебры и сигма-алгебры событий, измеримое пространство.
13. Конечно- и счетно-аддитивные меры на алгебре.
14. Вероятностное пространство (общий случай).
15. Борелевская сигма-алгебра на прямой.
15. Случайные величины.
16. Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения.
17. Случайный вектор. Независимость случайных величин. Функции от одной или нескольких случайных величин.
18. Арифметические операции над случайными величинами.
19. Дискретная случайная величина (ДСВ) и ее закон распределения.
20. Функция от дискретной случайной величины и арифметические операции над дискретными случайными величинами.
21. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин и векторов: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, ковариация и коэффициент корреляции.

22. Математическое ожидание функции от дискретной случайной величины.
23. Свойства математического ожидания, дисперсии, ковариации и коэффициента корреляции.
24. Некоторые дискретные распределения (равновероятное, биномиальное, пуассоновское, геометрическое), вычисление числовых характеристик.
25. Непрерывные и абсолютно непрерывные случайные величины. Свойства функции плотности.
26. Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины.
27. Математическое ожидание функции от абсолютно непрерывной случайной величины.
28. Равномерное распределение случайной величины на отрезке.
29. Показательное (экспоненциальное) распределение случайной величины
30. Нормальный закон распределения случайной величины.
31. Логнормальное распределение случайной величины
32. Гамма-распределение
33. Распределение Коши
34. Распределение функций от случайных величин и векторов с абсолютно-непрерывным распределением
35. Нормальность суммы независимых нормальных случайных величин.
36. Дополнительные характеристики случайных величин: асимметрия, эксцесс, квантили, медиана, мода.
37. Неравенства Маркова и Чебышева.
38. Сходимость случайной последовательности по вероятности
39. Множество сходимости
40. Сходимость случайной последовательности почти наверное. Связь со сходимостью по вероятности.
41. Сходимость случайной последовательности в среднем и среднем квадратичном. Связь со сходимостью по вероятности.
42. Сходимость случайной последовательности слабо по распределению. Связь со



сходимостью по вероятности.

43. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. ЗБЧ в форме Бернулли.
44. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых. Теорема Муавра-Лапласа.
45. Теорема Пуассона.
46. Основные задачи математической статистики.
47. Понятие выборки.
48. Эмпирическая функция распределения гистограмма.
49. Выборочные характеристики как числовые характеристики эмпирического распределения.
50. Понятие статистик, порядковые статистики, вариационный ряд.
51. Точечные оценки параметров распределений
52. Свойства точечных оценок: состоятельность, сильная состоятельность, несмещённость, асимптотическая нормальность.
53. Доверительный интервал.
54. Распределение хи-квадрат.
55. Распределение Стьюдента (t-распределение).
56. Распределение Фишера.
57. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при известном значении дисперсии.
58. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при известном математическом ожидании.
59. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения при неизвестном математическом ожидании.
60. Доверительный интервал для математического ожидания нормального распределения при неизвестном значении дисперсии.
61. Доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли.
62. Понятие статистической гипотезы.
63. Виды гипотез, статистический критерий, статистика критерия, критическая область.

64. Общая схема проверки гипотезы. Ошибки I и II рода, уровень значимости, мощность.
65. Выборочный коэффициент корреляции. Значимость коэффициента корреляции.
66. Проверка гипотезы о числовом значении математического ожидания нормального распределения (с известным и неизвестным значением дисперсии).
67. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности успеха в схеме Бернулли.
68. Проверка гипотезы о числовом значении дисперсии нормального распределения (при известном и неизвестном значении математического ожидания).
69. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий нормальных выборок при повторных измерениях.
70. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух независимых нормальных выборок.
71. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при известных дисперсиях.
72. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при неизвестных равных дисперсиях.
73. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух независимых нормальных выборок при неизвестных неравных (вообще говоря) дисперсиях.
74. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей успеха двух независимых схем Бернулли.
75. Критерий согласия хи-квадрат. Теорема Пирсона.
76. Критерий хи-квадрат для дискретного распределения, случай проверки простой гипотезы.
77. Критерий хи-квадрат для абсолютно-непрерывного распределения, случай проверки простой гипотезы.
78. Состоятельность критерия хи-квадрат.
79. Критерий хи-квадрат в случае сложной гипотезы для нормального распределения
80. Критерий хи-квадрат в случае сложной гипотезы для геометрического и распределения Пуассона

81. Условные распределения и условные математические ожидания для дискретных распределений. Формула полного математического ожидания.
82. Условная дисперсия и формула полной дисперсии.
83. Модель однофакторного дисперсионного анализа.
84. Процедура проведения дисперсионного анализа, требования к проведению, анализ парных сравнений.
85. Ранговый коэффициент корреляции Спирмена, критерий значимости.
86. Точный тест Фишера.
87. Критерий независимости хи-квадрат.

### **Пример экзаменационного билета**

#### **Задание 1. (30 баллов)**

Независимые наблюдения нормально распределенной случайной величины  $X$ , описывающей логарифмическую доходность определенного финансового актива:

{NA; -248.0278; -276.0175; NA; -212.0006; -268.2976; NA; -231.3119; -197.912; -215.7413; -250.642; -220.5284; NA; NA; -242.2857; -246.5505; -214.4641; NA; -203.7093; -279.0159; -211.8785; -49.44193750000002; NA; -262.8364; -245.2903; NA; -215.1243; -251.4699; -221.7703; -209.7999; -246.8239; NA; -227.4166; -214.4409; -216.5032; -238.49; -242.4141; -274.4896; -220.7811; -221.8839; -230.4548; NA; -197.128; -258.3113; -224.7547; -265.6689; -234.5814; -256.0479; -206.5416; -204.9552; -271.2617; -236.6249; -213.9544; -241.7048; -244.5088; -277.764; -223.1571; -221.5657; -221.3712; NA; -251.1042; -240.3643; -195.9329; -271.6931; NA; -224.7657; -230.9118; -215.7749; -261.4521; -218.9398; -204.6412; -235.0248; -217.8646; -199.3423; -221.2092; -229.623; -242.6123; -229.0925; -213.9702; NA; -232.589; -264.9929; NA; -224.6155; -205.9726; -258.7099; -248.5855; NA; -228.2618; -205.2476; -275.622; -239.5357; -253.7256; -233.7747; NA; -220.4415; -230.2611; -235.0488; -242.9187; -222.0454; -218.7288; -268.186; -223.4011; NA; -210.5623; -217.6816; -236.2901; NA; -214.4802; -224.3734; -195.4733; -232.7526; -240.7299; -246.011; -238.7477; -235.8953; NA; NA; -180.4088; NA; -230.5308; -268.0138; -214.3368; -264.0056; -193.8945; -225.9057; -200.886; -219.7275; NA; -177.284; -224.7232; -258.5088; -244.3543; -222.2523; -205.1324; -211.6798; -241.3391; -237.4306; -228.4085; -226.4714; -229.3886; -222.4233; -238.0757; -195.788; NA; -256.4004; -199.6616; -235.6713; -250.9459; -230.2045; -215.1507; -265.8123; -224.9502; -258.7678; -213.3911; -231.4672; -196.1238; -208.6528; -230.4714; -273.7412; -192.9082; -267.0167; -244.4736; NA; -260.0262; -240.9879; -233.8253; -247.1632; -220.5742; -187.4717; -248.9057; NA; NA; -349.5041875; -237.2952; NA; -280.5154; -244.8634; -208.6032; -79.44816250000001; -211.1061; -231.7734; -203.7882; -269.69; -211.5684; -210.656; -238.9506; -235.8595; -235.0722; -245.5922; -276.6558; -

211.3103; -230.8537; NA; -250.8397; -241.2494; NA; -197.6652; -220.8453; -236.977; -215.7695; NA; -236.1103; -242.5679; -232.3741; -251.3795; -236.3643; -218.7777; -233.0242; -271.6865; NA; NA; -241.7763; -202.76; -227.9378; -203.446; -248.5608; -224.928; -197.5271; -281.7362; -226.669; -240.559; -197.7924; NA; -249.6659; -214.9174; -250.2051; -230.6023; NA; NA; -211.4023; -248.4019; -238.787; NA; -188.4151; -222.2636; -221.1485; -221.9967; -228.9072; -232.6161; -241.741; -213.232; -208.1551; -214.3564; -219.8447; -223.4235; NA; -227.8187; -234.5629; -225.1414; -210.4707; -239.0968; -220.2137; -203.5226; -214.5777; NA; -213.9617; -240.2094; -254.4675; -256.271; NA; -180.2061; -241.3937; -229.0612; -187.9661; NA; -221.3916; -197.5445; -246.8638; -236.1858; NA; NA; -257.3654; -251.6351; -212.6862; -208.0422; -211.7181; -229.8571; -244.787; -242.2795; -205.2843; -258.5773; -226.1781; NA; -217.9504; -172.6741; -230.2364; -196.1476; -255.0827; -246.0399; -255.0632; -241.1097; -219.5709; -210.8271; -202.9631; -215.2989; -253.3749; -216.2569; -207.2811; -319.4979625}.

Скопируйте и преобразуйте данные выборки в столбец "А" на лист "Лист1" Excel-файла и, используя Excel или R (RStudio), вычислите требуемые ниже величины:

1. Введите объем исходной выборки

Очистите исходную выборку от пропусков, обозначенных как "NA", преобразуйте её в вариационный ряд и работайте далее с полученным рядом.

2. Введите объем очищенной от пропусков выборки

3. Введите значение ошибки выборки

4. Введите минимальное значение в вариационном ряду

5. Введите максимальное значение в вариационном ряду

6. Введите первую квартиль

7. Введите медиану

8. Введите третью квартиль

9. Введите среднее значение

10. Введите исправленную дисперсию

11. Введите стандартное отклонение (несмещенное)

12. Введите размах выборки

13. Введите эксцесс (формула по умолчанию в Excel)

14. Введите коэффициент асимметрии (формула по умолчанию в Excel)

15. Введите левую границу 0,9-доверительного интервала для  $E(X)$

16. Введите правую границу 0,9-доверительного интервала для  $E(X)$

17. Введите нижнюю границу нормы

18. Введите левую границу 0,9-доверительного интервала для  $Var(X)$

16. Введите правую границу 0,9-доверительного интервала для  $Var(X)$

Постройте на новом листе гистограмму частот и диаграмму «ящик с усами» для исходной выборки, очищенной от выбросов.

## Задание 2. (20 баллов)

По результатам социологического исследования ответы респондентов на определенный вопрос анкеты представлены в виде выборки:

{Four; Five; Two; One; Two; NA; Four; Two; Thr; Five; One; Five; Two; One; One; NA; One; Two; Five; Two; One; Two; One; NA; One; Two; Two; Two; Two; Four; Five; Two; One; Thr; Thr; Two; One; Thr; Two; Two; Four; One; Two; NA; One; Two; Two; One; Thr; Two; One; One; One; Two; Four; Four; One; Two; NA; Two; Four; Two; Two; One; Five; One; Two; Five; One; NA; Two; One; Two; Two; Thr; NA; Thr; Two; Two; Thr; Two; Five; One; Four; Two; Two; One; Thr; NA; Two; Two; Five; Four; Thr; Five; Four; One; Two; Four; Thr; Five; Thr; Four; Two; NA; Two; Thr; One; Two; Two; One; Two; NA; Two; One; Two; Four; Thr; One; One; NA; Thr; One; Five; One; NA; Five; Four; Two; Two; One; Four; Five; Five; One; Thr; Four; Two; NA; Four; One; One; Two; Five; Two; Thr; One; Two; Two; Two; Two; Four; One; NA; Two; Four; Two; One; Thr; NA; Two; Five; Two; Four; Five; Two; Two; Two; One; Two; Thr; One; Five; One; Two; Two; Two; Two; One; Two; Two; One; Four; Thr; Two; Two; Five; Four; Five; Two; Two; Five; Two; Five; Four; One; Five; One; Thr; Two; NA; One; Two; Two; Four; Five; Two; Five; Two; Two; Two; Four; Two; Five; Two; Two; Thr; One; NA; Two; Two; Thr; One; Five; Two; Five; Four; Two; Thr; Four; One; Two; NA; NA; Five; Four; One; Two; One; Two; Five; Thr; NA; One; One; Two; One; Five; One; Thr; Two; One; Two; One; Five; Four; Four; Two; Five; One; One; NA; One; One; Thr; One; Two; Five; One; Two; Five; One; Two; One; Thr; Two; Four; Thr; Thr; NA; Four; Two; Two; Two; Four; NA; Two; Two; Two; Five; Five; Two; Two; Four; Four; Two; Four; Two; Four; NA }.

Скопируйте и преобразуйте в столбец "A" данные выборки на новый лист Excel-файла.

Используя Excel, очистите выборку от пропусков, обозначенных как "NA", и ответьте на следующие ниже вопросы.

1. Введите объем очищенной от "NA" выборки

2. Введите количество различных вариантов ответов респондентов, встречающиеся в очищенной выборке
3. Введите количество респондентов, которые дали ответ "Four"
4. Введите долю респондентов, которые дали ответ "Four"
5. Введите левую границу 0,9-доверительного интервала для истинной доли "Five"
6. Введите правую границу 0,9-доверительного интервала для истинной доли ответов "Four"
7. Постройте на новом листе гистограмму для исходной выборки, очищенной от "NA" и выбросов.

### **Задание 3. (10 баллов)**

Ряд совместных наблюдений независимых нормально распределенных случайных величин  $X$  и  $Y$ , описывающих некоторый финансовый показатель двух фирм, задан двумерной выборкой:

{(NA, 221.9404); (244.9, 199.2457); (271.4, 261.2842); (210, 210.2288); (213.8, 192.1073); (192.1073, 224.2862); (203.9, 192.6871); (237.3, 270.4459); (267.4, 181.7402); (219.8, 236.7081); (245.8, 265.4446); (265.8, 214.2336); (NA, 202.0054); (230.5, 247.8258); (195.8, 214.288); (249.6, 238.4614); (210.1, 213.3479); (226.2, 220.6614); (NA, 203.1024); (222.8, 238.1059); (240.4, 238.597); (226.1, 211.5634); (272.4, 236.0323); (NA, 205.1988); (207.5, 185.9292); (267.5, 191.7353); (191.9, 244.6757); (250.3, 281.4068); (224.8, 235.85); (245.1, 201.7793); (250, 205.8824); (217.1, 184.582); (211, 295.4028); (215.2, NA); (239.2, 220.6611); (281.4, 249.278); (203.7, NA); (214.5, 253.1391); (285.8, 212.1165); (238.1, 251.3834); (262.7, 222.5751); (192.1, 172.1679); (252, 259.5268); (208.4, 192.9326); (242.4, 267.9533); (231.1, 293.0328); (248.2, 257.6844); (230.5, 211.2362); (216.3, 227.0348); (198.6, 288.2548); (215.4, 181.0203); (237.5, 259.4564); (260.6, 236.1748); (225.8, 210.6577); (255.6, 226.419); (282.7, NA); (266.1, 282.7522); (242.5, 256.1357); (244.8, 216.7008); (175.1, 263.5541); (259.1, 254.8488); (246.4, 206.7216); (245.8, 218.5091); (276, 234.1304); (222.4, 293.9958); (260.9, 241.3345); (248.7, 240.9915); (217.3, 206.8097); (255.9, 255.2917); (211.8, 197.4867); (225.9, 200.1395); (238.1, 217.0186); (263.8, 166.5484); (253.4, 235.88); (261.5, 225.2916); (225, 206.2309); (227.6, 202.2515); (238.4, 223.2773); (219.1, 198.0522); (213.3, 250.1533); (176.8, 214.5436); (238.3, NA); (252.3, 218.0174); (NA, 241.0332); (222.2, 256.2377); (292.7, 205.4261); (221.3, 278.6294); (271.1, 183.1479); (247.9, 189.9609); (250.9, 220.9378); (229, NA); (159.1, 254.807); (251.1, 231.0567); (232.7, 222.3117); (203.5, 242.2319); (194.9, 197.4802); (218, 266.2529); (202.2, 226.8148); (187.4, 230.2827); (253.8, 170.7486); (229.1, NA); (210.3, 207.7116); (217.8, 258.1792); (228.6, 201.9987); (265.7, 231.807); (247.8, 212.0149); (209.4, NA); (203, 217.0157); (NA, 240.5836); (227.9,

NA); (NA, 215.1281); (213.5, 266.1242); (284.7, NA); (254.2, 268.4275); (233.3, 266.1533); (258.9, 208.4654); (228.1, NA); (225.5, 217.6653); (253, 211.6221); (262, 261.2123); (259.9, 211.4); (NA, 271.5845); (244.8, 210.7494); (247.3, 207.6716); (226.1, 214.0212); (206, 204.7839); (173.6, 218.2791); (253, 239.6209); (207.3, NA); (211.5, 236.3517); (294.8, 244.4433); (243.9, 284.5863); (231.6, 221.7864); (242.2, 222.5481); (221.6, 179.9472); (233.4, 236.849); (227.5, 198.3705); (217.4, 208.2749); (NA, 250.8087); (201.7, 213.9586); (215.4, NA); (241.2, 249.9619); (251.2, 173.4413); (198.5, 177.3279); (252.2, 240.3333); (254.5, 178.9932); (NA, 193.2809); (225.7, 232.5474); (168.2, NA); (209.8, NA)}

Скопируйте данную выборку на лист, преобразуйте ее в столбцы "А" и "В" соответственно для первой и второй фирмы. При этом связанные значения показателей должны располагаться в одной строке.

Используя Excel или R (RStudio), очистите исходную выборку от пропущенных данных, обозначенных как "NA", и вычислите требуемые ниже величины:

1. Введите выборочный коэффициент корреляции Пирсона между X и Y
2. Найти значение P-value в проверке гипотезы о равенстве средних значений показателей фирм при альтернативной гипотезе о том, что среднее значение показателя больше у второй фирмы. На уровне значимости 0,01 проверить эту гипотезу.
3. Найти значение P-value в проверке гипотезы о равенстве дисперсий показателей фирм при альтернативной гипотезе об их неравенстве. На уровне значимости 0,05 проверить эту гипотезу.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **Основная литература:**

1. Соловьев, В. И. Анализ данных в экономике: Теория вероятностей, прикладная статистика, обработка и анализ данных в Microsoft Excel.: учебник / В. И. Соловьев. — Москва: КноРус, 2021. — 497 с. — ЭБС BOOK.ru. — URL: <https://book.ru/book/938856> (дата обращения: 08.12.2022). — Текст: электронный.

### Дополнительная литература:

2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие – Москва : Юрайт, 2011. - 479с. – Текст: непосредственный. – То же. - 2022. — ЭБС Юрайт. - URL: <https://urait.ru/bcode/488573> (дата обращения: 08.12.2022). – Текст : электронный
3. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций: учебное пособие / под ред. А. А. Свешникова. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 446 с. - Текст : непосредственный. - То же. – 2021. - ЭБС Лань. - URL: <https://e.lanbook.com/book/168507> (дата обращения: 08.12.2022). - Текст : электронный.

### 9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Личный кабинет обучающегося <https://org.fa.ru>
2. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
3. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
4. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
5. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>
6. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
7. Электронно-библиотечная система издательства Проспект <http://ebs.prospekt.org/books>
8. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
9. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
10. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
11. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>
12. Ресурсы информационно-аналитического агентства по финансовым рынкам Cbonds.ru <https://cbonds.ru/>
13. СПАРК <https://spark-interfax.ru/>
14. Academic Reference <http://ar.cnki.net/ACADREF>



15. Bank Focus <http://library.fa.ru/resource.asp?id=527>
16. Пакет баз данных компании EBSCO Publishing, крупнейшего агрегатора научных ресурсов ведущих издательств мира <http://search.ebscohost.com>
17. Электронные продукты издательства Elsevier <http://www.sciencedirect.com>
18. Информационно-аналитическая база данных EMIS Global <https://www.emis.com/php/companies/overview/index>
19. Реферативная база данных по математике MathSciNET <https://mathscinet.ams.org/mathscinet/>
20. Scopus <https://www.scopus.com>
21. Электронная коллекция книг издательства Springer: Springer eBooks <http://link.springer.com/>

## **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Цель методических рекомендаций – обеспечить студенту бакалавриата (далее – студенту) оптимальную организацию процесса изучения дисциплины, а также выполнения различных форм самостоятельной работы.

### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины***

Студентам необходимо ознакомиться:

- с содержанием рабочей программы дисциплины (далее – РПД), с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимися на образовательном портале и сайте департамента, с графиком консультаций преподавателей.

### ***Рекомендации по подготовке к лекционным занятиям (теоретический курс)***

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет. Именно поэтому контроль над систематической работой студентов всегда находится в центре внимания департамента.

Студентам рекомендуется:

- перед каждой лекцией просматривать рабочую программу дисциплины, что позволит сэкономить время на записывание темы лекции, ее основных вопросов, рекомендуемой литературы;

- на отдельные лекции приносить соответствующий материал на бумажных или электронных носителях, представленный лектором на портале. Данный материал будет охарактеризован, прокомментирован, дополнен непосредственно на лекции;

- перед очередной лекцией необходимо просмотреть по конспекту материал предыдущей лекции. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к основным литературным источникам, если разобраться в материале опять не удалось, то обратитесь к лектору (по графику его консультаций) или к преподавателю на практических занятиях. Не оставляйте «белых пятен» в освоении материала.

### ***Рекомендации по подготовке к практическим (семинарским) занятиям***

Студентам следует:

- приносить с собой рекомендованную преподавателем литературу к конкретному занятию;

- до очередного практического занятия по рекомендованным литературным источникам проработать теоретический материал, соответствующей темы занятия;

- при подготовке к практическим занятиям следует обязательно использовать не только лекции, но и другую учебную литературу;

- в начале занятий задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении, при решении задач, заданных для самостоятельного решения;

- в ходе семинара давать конкретные, четкие ответы по существу вопросов;

- на занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, демонстрировать понимание проведенных расчетов (анализов, ситуаций), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

### ***Методические рекомендации по выполнению различных форм самостоятельных домашних заданий***

Самостоятельная работа студентов включает в себя выполнение различного рода заданий, которые ориентированы на более глубокое усвоение материала изучаемой

дисциплины. К выполнению заданий для самостоятельной работы предъявляются следующие требования: задания должны выполняться самостоятельно и представляться в установленный срок, а также соответствовать установленным требованиям по оформлению.

Студентам следует:

- руководствоваться графиком самостоятельной работы, определенным РПД;
- выполнять все плановые задания, выдаваемые преподавателем для самостоятельного выполнения, и разбирать на семинарах и консультациях неясные вопросы;
- использовать при подготовке нормативные документы Финансового университета;
- при подготовке к экзамену параллельно прорабатывать соответствующие теоретические и практические разделы дисциплины, фиксируя неясные моменты для их обсуждения на плановой консультации

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Любая форма самостоятельной работы студента (подготовка к семинарскому занятию, выполнение расчетно-аналитической работы, начинается с изучения соответствующей литературы как в библиотеке, так и дома.

К каждой теме учебной дисциплины подобрана основная и дополнительная литература.

При работе с литературой рекомендуется делать записи. Записи в той или иной форме не только способствуют пониманию и усвоению изучаемого материала, но и помогают вырабатывать навыки явного изложения в письменной форме тех или иных теоретических вопросов.

### ***Методические указания по проведению практических занятий***

По структуре практические занятия следует разделить на учебные и контрольные.

*Учебные практические занятия* структурно состоят из следующих компонент:

- проверка наличия выполненного задания самостоятельной работы каждого студента;

- выборочная проверка корректности выполнения домашнего задания;
- разбор типичных ошибок, возникших в самостоятельной работе;
- рассмотрение теоретических вопросов, связанных с текущим практическим занятием;

- разбор методов выполнения практических заданий и решения задач;
- корректировка заданий для самостоятельной работы студентов.

*Контрольные практические занятия* структурно состоят из следующих компонент:

- проведение аудиторных самостоятельных работ;
- подведение итогов и разбор типичных ошибок, возникших при выполнении самостоятельных работ.

- Проведение коллоквиумов по теоретическому материалу

Студенты должны обратить внимание на перечень основных контрольных мероприятий, которые проводятся в соответствии с рабочей программой дисциплины.

Конкретные сроки проведения этих мероприятий своевременно доводятся до сведения студентов.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем**

11.1.Комплект лицензионного программного обеспечения:

- 1.Пакет офисных программ
- 2.Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации - не предусмотрены.

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для освоения дисциплины возможно использование вычислительных средств – компьютер, смартфон или планшет, в качестве дополнительных инструментов организации и осуществления образовательного процесса.